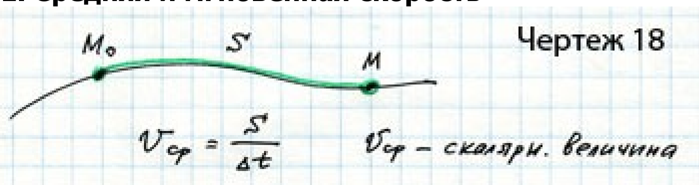
Тема 2. Неравномерное движение

1. Средняя и мгновенная скорость



Средняя скорость - это такая скорость, с которой тело могло бы двигаться, если бы двигалось равномерно.
В действительности скорость тела меняется и, в общем случае, она разная в каждой точке траектории.

Мгновенная скорость - это скорость в данной точке траектории. Разумеется, это в идеале. Но, поскольку размеры точки равны нулю, приходится рассматривать мгновенную скорость на очень малом (бесконечно малом) участке траектории. В математике теория бесконечно малых величин - это серьезный раздел. Основоположником этой теории, а также дифференциального исчисления является Исаак Ньютон.
Не вдаваясь в математические тонкости, представим себе следующее: пусть перемещение материальной точки на данной траектории постепенно уменьшается. Следовательно, средняя скорость приближается к мгновенной и в тот момент, когда перемещение почти равно точке, средняя скорость становится равной мгновенной скорости. Не следует забывать, что промежуток времени движения при этом также стремится к нулю. Записывается это так:

$$\boxed{\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}}$$

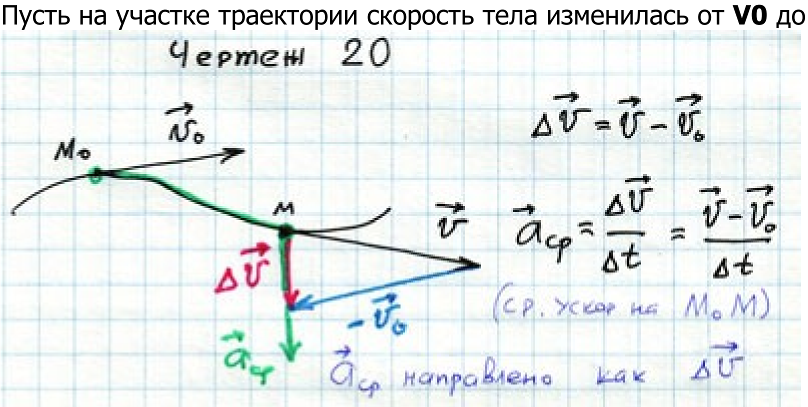
limit (лат)
предел

и читается: мгновенная скорость равна пределу отношения перемещения к промежутку времени, если этот промежуток времени стремится к нулю.
Мгновенная скорость направлена по касательной в каждой точке траектории:

Примечание: в случае равномерного движения средняя и мгновенная скорость совпадают.

2. Ускорение
Итак, если скорость меняется в процессе движения, то может возникнуть вопрос: а как быстро она меняется? существует ли величина, связанная с изменением скорости?
Ответ прост: конечно такая величина имеет место быть.
Для нахождения координаты тела в любой момент времени необходимо знать мгновенную скорость, а чтобы найти скорость - надо знать УСКОРЕНИЕ.
Ускорение - это физическая величина, характеризующая быстроту изменения скорости.

Пусть на участке траектории скорость тела изменилась от **V0** до **V** за время Δt:



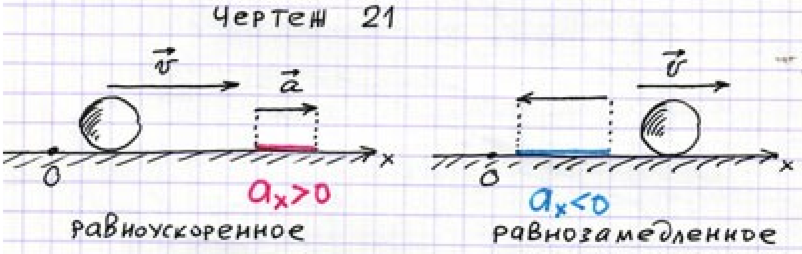
$[a] - 1\ м/с^2$

Это СРЕДНЕЕ ускорение на участке М0М. Оно направлено также, как изменение скорости.
Для нахождения МГНОВЕННОГО ускорения (в точке!) придется также найти предел отношения:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$ мгновенное ускорение

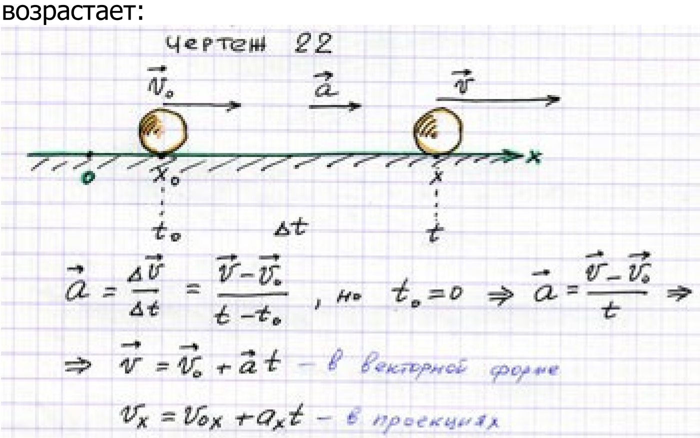
Ускорение равно пределу отношения изменения скорости к промежутку времени, если этот промежуток времени стремится к нулю.

Будем рассматривать такое движение, когда $\vec{a} = const$.
Прямолинейное движение в таком случае будем называть *РАВНОУСКОРЕННЫМ*, если *проекция ускорения >0* и *РАВНОЗАМЕДЛЕННЫМ*, если *проекция ускорения <0*.



3. Скорость при движении с ускорением

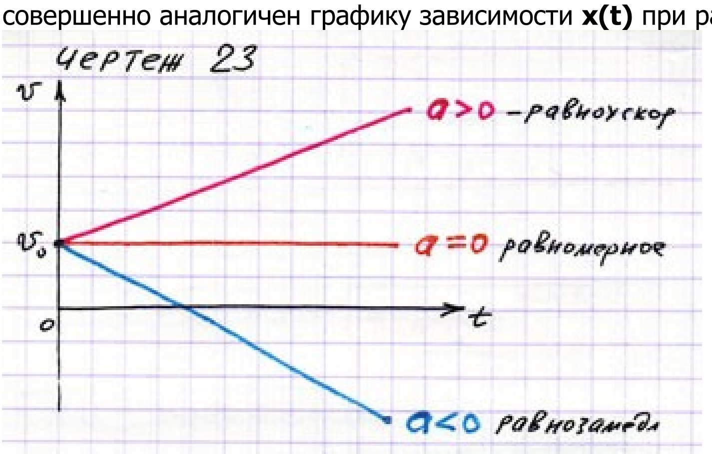
Пусть тело движется равноускоренно в положительном направлении оси **0x**. За время Δt его скорость возрастает:



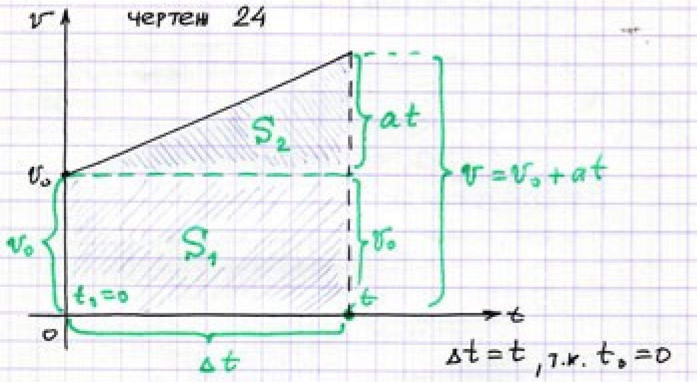
Казалось бы, теперь достаточно подставить полученное выражение в уравнение равномерного движения в координатной форме и мы получим уравнение равноускоренного движения, но это неверно!
Для получения уравнения равноускоренного движения придется воспользоваться графиком.

4. Графики равноускоренного движения

График зависимости скорости от времени **v(t)** при движении с постоянным ускорением **v=v0+at** совершенно аналогичен графику зависимости **x(t)** при равномерном движении:



Рассмотрим отдельно ситуацию, когда **a>0**:



$\Delta t = t$, т.к. $t_0 = 0$

$$S = S_1 + S_2 ;\quad S_1 = v_0 \cdot t ;\quad S_2 = \frac{at \cdot t}{2} = \frac{at^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$, но для прямолин. движ.

$$|\Delta \vec{r}| = S \Rightarrow x = x_0 + S \Rightarrow$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$ – ур-ие движ. с ускорением в координатн. форме

Фигура, ограниченная координатными осями, самим графиком и линией времени, представляет собой трапецию.

Трапеция состоит из прямоугольника и треугольника. Обозначим каждую сторону соответственно физическим величинам, сложим площади и выполним простейшие математические преобразования. В итоге получим уравнение движения при $\boxed{\vec{a} = const}$ в координатной форме.

Примечание:

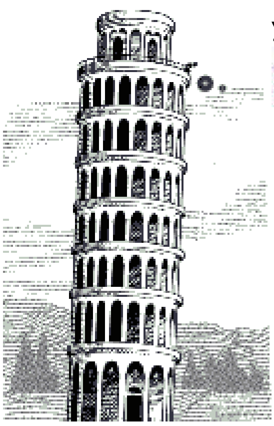
Если $a = 0 \Rightarrow x = x_0 + v_0 t$ – равном. движ.

$$S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

А это говорит о том, что приведенный вывод уравнения верный.

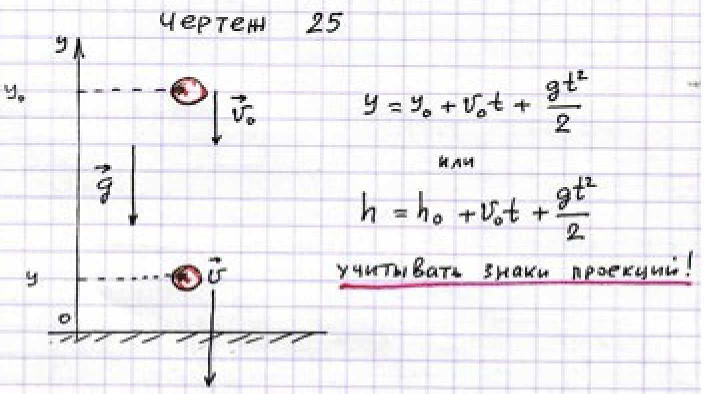
5. Свободное падение тел

Свободное падение тел - это движение тел *с постоянным ускорением* вследствие притяжения к Земле и без учета сопротивления воздуха. Этот факт был впервые установлен Галилео Галилеем.



Ускорение свободного падения обозначается $\vec{g}$, его среднее значение равно $g = 9{,}81$ м/с^2, и направлено оно вертикально вниз.

Тело движется в вертикальном направлении вдоль оси **0y** с начальной скоростью **v0**:



Как мы увидим в дальнейшем, свободное падение - это движение по любой траектории, если на тело действует только сила тяжести!

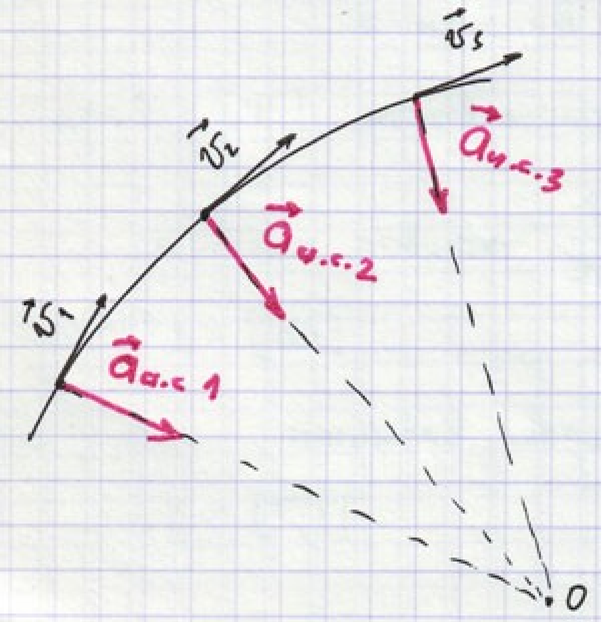
6. Равномерное движение по окружности

Ранее было рассмотрено движение с постоянным ускорением $\boxed{\vec{a} = const}$, которое происходило по прямолинейной траектории.
Настало время перейти к рассмотрению криволинейного движения - наиболее распространенного в окружающем мире.
Но криволинейное движение очень сложное. Рассмотрим наиболее простой его вид - равномерное движение по окружности, которое характеризуется двумя условиями одновременно:

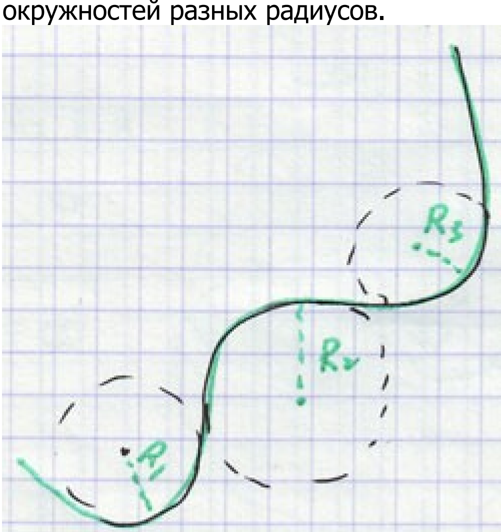
$$\boxed{\left.\begin{array}{l} |\vec{v}| = const \\ |\vec{a}_{ц.с.}| = const \end{array}\right\}}$$

Пусть тело перемещается из точки **M0** в точку **M** по дуге окружности. Построим вектор изменения скорости $\Delta\vec{v}$ (аналогично п.3). Вектор ускорения будет направлен вдоль $\Delta\vec{v}$. Чем меньше перемещение точки по дуге окружности, тем точнее вектор $\vec{a}$ будет направлен в центр окружности. Поэтому ускорение при движении тела по дуге окружности называют *центростремительным*.

При движении тела по дуге окружности ускорение всегда направлено к центру кривизны.



Любую криволинейную траекторию можно представить в виде множества сопряженных друг с другом дуг окружностей разных радиусов.



Следовательно, движение по сложной кривой - это движение с переменным ускорением, описание которого далеко выходит за рамки школьного курса физики.

7. Вращение твердого тела

Мы рассмотрели движение с постоянным ускорением, когда его направление и/или модуль остаются постоянными.
Рассмотрим теперь вращение твердого тела. Причем, тело должно быть таким, что его форма при вращении не меняется, т.е. оно не деформируется.
Тело, которое не деформируется в процессе движения или взаимодействия с другими телами, называется **абсолютно твердым**. Следовательно все точки такого тела можно описать совершенно одинаковыми уравнениями движения с помощью одинаковых величин.

Рассмотрим движение точки **М**, вращающейся по окружности, плоскость которой перпендикулярна оси вращения. Ее движение характеризуется следующими величинами:
а) угол поворота (греч. буква ФИ);
б) угловая скорость (греч. буква ОМЕГА) - отношение угла поворота к промежутку времени;
в) период вращения (лат. буква Т) - время, за которое точка совершает один оборот вокруг оси;
г) частота вращения (греч. буква НЮ) - количество оборотов в единицу времени; период и частота - величины взаимно обратные;.

Далее показана связь угловой скорости с частотой вращения.
Далее показана связь линейной скорости с угловой скоростью.
Далее показана связь центростремительного ускорения с угловой скоростью.

N – к-во оборотов за Δt

$\nu = \frac{N}{\Delta t}$ – частота вращения $[\nu]$ – 1 Гц

$T = \frac{1}{\nu}$ или $\nu = \frac{1}{T}$

$\varphi = 2\pi \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$

$L = 2\pi R$ за $T \Rightarrow v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R\nu = \omega R$,

т.е. $v = \omega R$

$a_{ц.с.} = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^{\cancel{2}}}{\cancel{R}} = \omega R$, т.е. $a_{ц.с.} = \omega R$